

为 $\begin{cases} x=2, \\ y=2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=4, \\ y=1. \end{cases}$

(2) 由题意得 $\begin{cases} x+y=0, \\ x+2y-6=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-6, \\ y=6. \end{cases}$ 把

$\begin{cases} x=-6, \\ y=6 \end{cases}$ 代入 $x-2y+mx+5=0$, 解得 $m=-\frac{13}{6}$.

(3) $x-2y+mx+5=0$, 即 $(1+m)x-2y=-5$. 因为无论实数 m 取何值, 方程 $x-2y+mx+5=0$ 总有一个固定的解, 所以 $x=0$, 则 $y=2.5$, 即

思路分析

(2) 将 $x+y=0$ 与原方程组中的方程 $x+2y-6=0$ 结合组成新的方程组, 可求得 x, y 的值, 再代入方程 $x-2y+mx+5=0$ 中可得 m 的值.

固定的解为 $\begin{cases} x=0, \\ y=2.5. \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x+2y-6=0, \textcircled{1} \\ x-2y+mx+5=0, \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1}+\textcircled{2}$, 得 $2x-6+mx+5=0$, 即 $(2+m)x=1$, 所以 $x=\frac{1}{2+m}$.

因为 x 恰为整数, m 也为整数, 所以 $2+m$ 是 1 的约数, 所以 $2+m=1$ 或 -1 , 所以 $m=-1$ 或 -3 .

第 3 章 整式的乘除

3.1 同底数幂的乘法

课时 1 同底数幂的乘法法则



刷基础

1. **B** 【解析】 $a^2 \cdot a^3 = a^5$. 故选 B.

2. **D** 【解析】1 亿 = 1 万 \times 1 万 = $10^4 \times 10^4 = 10^8$, 1 兆 = 1 万 \times 1 万 \times 1 亿 = $10^4 \times 10^4 \times 10^8 = 10^{16}$, 即 $10^m = 10^{16}$, 则 $m=16$. 故选 D.

3. x^7 【解析】原式 = $(-x^2) \cdot x^2 \cdot (-x^3) = x^7$, 故答案为 x^7 .

4. $\frac{2}{3}$ 【解析】因为 $a \times a^m \times a^{3m+1} = a^{10}$, 所以 $a^{4m+2} = a^{10}$, 所以 $4m+2=10$, 解得 $m=2$. 故答案为 $\frac{2}{3}$.

5. $(b-a)^5$ (或 $-(a-b)^5$) 【解析】 $(a-b)^2(b-a)^3 = (b-a)^2(b-a)^3 = (b-a)^5 = -(a-b)^5$. 故答案为 $(b-a)^5$ (或 $-(a-b)^5$).

6. **B** 【解析】因为 $a^x=3$, 所以 $a^{x+y}=a^x \cdot a^y=3a^y=12$, 所以 $a^y=4$, 所以 $a^x+a^y=3+4=7$, 故选 B.

7. **A** 【解析】 $(-2)^{100} + (-2)^{101} = (-2)^{100} + (-2)^{100} \times (-2) = (-2)^{100} \times (1-2) = (-2)^{100} \times (-1) = 2^{100} \times (-1) = -2^{100}$. 故选 A.

8. **A** 【解析】因为 $3^{x+3}=243$, 所以 $3^x \times 3^3=243$, 即 $27 \times 3^x=243$, 所以 $3^x=9$, 所以 $\frac{3^x}{8}=\frac{9}{8}$. 故选 A.

9. 30 【解析】设 $[2, 5]=a, [2, 6]=b, [2, m]=c$, 则有 $2^a=5, 2^b=6, 2^c=m$, 且 $a+b=c$, 所以 $m=2^c=2^{a+b}=2^a \cdot 2^b=5 \times 6=30$. 故答案为 30.

10. $2x+1$ 【解析】因为 $y=3+2^{m+1}$, 所以 $y=3+2 \cdot 2^m$, 所以 $y=2 \cdot 2^m+2+1$, 所以 $y=2(2^m+1)+1$. 因为 $x=2^m+1$, 所以 $y=2x+1$. 故答案

易错警示

本题主要考查同底数幂的乘法, 在计算时, 容易将 $-b^3 \cdot (-b)^2$ 中的底数均看成 $-b$, 算成 $(-b)^5$, 虽然对结果没有影响, 但是表示的意义完全不同.

为 $2x+1$.

11. 1.2×10^{12} 【解析】计算机工作 3×10^3 秒运算的次数为 $(4 \times 10^8) \times (3 \times 10^3) = (4 \times 3) \times (10^8 \times 10^3) = 12 \times 10^{11} = 1.2 \times 10^{12}$. 故答案为 1.2×10^{12} .

12. 8.32×10^{17} 【解析】因为 $1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2$, 所以 $6400 \times 10^6 \times 1.3 \times 10^8 = 8.32 \times 10^{17} (\text{kg})$, 故答案为 8.32×10^{17} .

13. 【解】根据题意得我们行驶的路程约为 $3 \times 10^8 \times 3.6 \times 10^3 = 10.8 \times 10^{11} = 1.08 \times 10^{12}$ (米). 答: 我们行驶的路程约为 1.08×10^{12} 米.

刷易错

14. 0 【解析】 $-b^3(-b)^2 - (-b)^3b^2 = -b^3 \cdot b^2 - (-b^3) \cdot b^2 = -b^5 + b^5 = 0$. 故答案为 0.

课时 2 幂的乘方



刷基础

1. **B** 【解析】A 选项, $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故该选项不合题意; B 选项, $(a^3)^2 = a^6$, 故该选项符合题意; C 选项, $a^3 + a^3 = 2a^3$, 故该选项不合题意; D 选项, $(a^3)^3 = a^9$, 故该选项不合题意. 故选 B.

2. **C** 【解析】因为 $10^a \times 100^b = 10^a \times 10^{2b} = 10^{a+2b} = 20 \times 50 = 1\ 000 = 10^3$, 所以 $a+2b=3$, 所以原式 = $\frac{1}{2}(a+2b+3) = \frac{1}{2} \times (3+3) = 3$. 故选 C.

3. **C** 【解析】因为 $a=9^6=(3^2)^6=3^{12}, b=3^{14}, c=27^5=(3^3)^5=3^{15}$, 且 $15>14>12$, 所以 $c>b>a$. 故选 C.

4. 64, $-n^9, -3^{10}$ 【解析】 $[(-2)^2]^3 = (-2)^6 = 64; [(-n)^3]^3 = (-n)^9 = -n^9; (-3^2)^5 = -3^{10}$. 故答案为 64, $-n^9, -3^{10}$.

思路分析

逆用同底数幂的乘法法则, 将 2^{m+1} 写成 $2 \cdot 2^m$ 的形式, 即可求解.

5. 8 【解析】因为 $x+5y-3=0$, 所以 $x+5y=3$, 所以 $4^{2x+y} \cdot 8^{y-x} = (2^2)^{2x+y} \times (2^3)^{y-x} = 2^{4x+2y+3y-3x} = 2^{x+5y} = 2^3 = 8$. 故答案为 8.

6. 【解】(1) 原式 $= 5a^{12} - 13a^{12} = -8a^{12}$.

(2) 原式 $= -x^{12} + x^{12} + x^{12} = x^{12}$.

(3) 原式 $= (x+y)^{18} + (x+y)^{18} = 2(x+y)^{18}$.

7. B 【解析】因为 $x^{2n+m} = 128$, 所以 $(x^n)^2 \cdot x^m = 128$. 又因为 $x^m = 8$, 所以 $(x^n)^2 \times 8 = 128$, 所以 $(x^n)^2 = 16$, 所以 $x^n = \pm 4$. 故选 B.

8. B 【解析】对 2^{24} 进行变形, 可得 $2^{24} = (2^3)^8$. 因为 $2^3 = 8$, 所以 $(2^3)^8 = 8^8 = a^a$, 所以 $a = 8$, 故选 B.

9. 6 3 2 【解析】 $(x^6)^2 = (x^4)^3 = (x^2)^6 = x^{12}$, 故答案为 6, 3, 2.

10. $>$ 【解析】因为 $2^{200} = (2^{10})^{20} = 1\ 024^{20}$, $10^{60} = (10^3)^{20} = 1\ 000^{20}$, 又因为 $1\ 024 > 1\ 000$, 所以 $2^{200} > 10^{60}$. 故答案为 $>$.

11. 【解】 $(\sqrt{2})^6 = [(\sqrt{2})^2]^3 = 2^3 = 8$, $(\sqrt[3]{3})^6 = [(\sqrt[3]{3})^3]^2 = 3^2 = 9$. 因为 $8 < 9$, 所以 $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$.

12. 【解】因为 $x^{2n} = 4$, 所以 $9(x^{3n})^2 - 13(x^2)^{2n} = 9x^{6n} - 13x^{4n} = 9(x^{2n})^3 - 13(x^{2n})^2 = 9 \times 4^3 - 13 \times 4^2 = 576 - 208 = 368$.

课时 3 积的乘方

刷基础

1. B 【解析】 $(-2x^3y^2)^3 = (-2)^3(x^3)^3(y^2)^3 = -8x^9y^6$. 故选 B.

2. C 【解析】因为 $2^m = a$, $3^m = b$, 所以 $6^m = (2 \times 3)^m = 2^m \times 3^m = ab$. 故选 C.

3. $27a^6$ 【解析】 $(a^2 + a^2 + a^2)^3 = (3a^2)^3 = 27a^6$. 故答案为 $27a^6$.

4. yang8888 【解析】根据题意, 得出规律为密码由汉字的拼音与字母 x, y, z 的指数组成. 因为 $(x^2y)^4 \cdot (y^2z^{44})^2 = x^8y^4 \cdot y^4z^{88} = x^8y^8z^{88}$, 所以阳 $\oplus [(x^2y)^4 \cdot (y^2z^{44})^2] = \text{yang8888}$. 故答案为 yang8888.

5. 16 200 【解析】 $2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + 10^3 + 12^3 + 14^3 + 16^3 + 18^3 = (1 \times 2)^3 + (2 \times 2)^3 + (3 \times 2)^3 + (4 \times 2)^3 + (5 \times 2)^3 + (6 \times 2)^3 + (7 \times 2)^3 + (8 \times 2)^3 + (9 \times 2)^3 = 2^3 \times (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3) = 8 \times 2\ 025 = 16\ 200$, 故答案为 16 200.

6. 【解】(1) $a^3 \cdot a^5 + (a^2)^4 + (2a^4)^2 = a^8 + a^8 + 4a^8 = 6a^8$.

(2) $-(-2x^2y)^4 + x^2 \cdot (-x^2)^3 \cdot (-y^4) -$

$(-3x^4y^2)^2 = -16x^8y^4 + x^8y^4 - 9x^8y^4 = -24x^8y^4$.

7. 【解】(1) 因为 $a^5 = (5^9)^5 = 5^{45}$, $b^9 = (9^5)^9 = 9^{45}$, 所以 $45^{45} = (5 \times 9)^{45} = 5^{45} \times 9^{45} = a^5 b^9$.

(2) 因为 $x^n = 2$, $y^n = 3$, 所以 $(xy)^{2n} = x^{2n} y^{2n} = (x^n)^2 (y^n)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$.

8. D 【解析】因为 $m^2 = 2^{10} + 2^{13} = 2^{10} + 2^3 \times 2^{10} = 2^{10} \times (1 + 2^3) = 9 \times 2^{10} = (\pm 3 \times 2^5)^2$, $m > 0$, 所以 $m = 3 \times 2^5 = 96$. 故选 D.

9. C 【解析】因为 $m = 2^n \times 5^8 = 2^8 \times 5^8 \times 2^{n-8}$, $2^8 \times 5^8 = 10^8$ 是一个 9 位数, 整数 $m = 2^n \times 5^8$ 是一个 10 位数, 所以 $10 \leq 2^{n-8} < 100$, 所以 $n-8$ 可能是 4, 5, 6, 所以 n 可能是 12, 13, 14. 故选 C.

10. -1 【解析】因为 $|a+3| + (3b-1)^2 + \sqrt{c+1} = 0$, 所以 $a+3=0$, $3b-1=0$, $c+1=0$, 所以 $a=-3$, $b=\frac{1}{3}$, $c=-1$, 所以原式 $= (-3)^{2\ 022} \cdot$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2\ 022} \cdot (-1)^{2\ 023} = \left[(-3) \times \frac{1}{3}\right]^{2\ 022} \times (-1)^{2\ 023} = (-1)^{2\ 022} \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$.

11. $=$ 【解析】 $P-Q = \frac{66^6}{6^{66}} - \frac{11^6}{6^{60}} = \frac{66^6 - 11^6 \times 6^6}{6^{66}} = \frac{66^6 - (11 \times 6)^6}{6^{66}} = \frac{66^6 - 66^6}{6^{66}} = 0$, 所以 $P=Q$. 故答案为 $=$.

12. 【解】(1) $(-3)^6 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^6 \times (-5)^7 = \left[(-3) \times \left(-\frac{2}{3}\right)\right]^6 \times (-5)^6 \times (-5) = 2^6 \times (-5)^6 \times (-5) = [2 \times (-5)]^6 \times (-5) = (-10)^6 \times (-5) = -5 \times 10^6$.

(2) $\left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \cdots \times \frac{1}{2} \times 1\right)^{10} \times (10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1)^{10} = \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \cdots \times \frac{1}{2} \times 1 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1\right)^{10} = 1^{10} = 1$.

刷提升

1. C 【解析】原式可化为 $3^x \cdot 3 \cdot 2^x - 3^x \cdot 2^x \cdot 2 = 6^6$, 所以 $3^x \cdot 2^x = 6^6$, 所以 $(3 \times 2)^x = 6^6$, 所以 $6^x = 6^6$, 所以 $x=6$. 故选 C.

2. A 【解析】 $333^3 + 444^3 + 555^3 = (3 \times 111)^3 + (4 \times 111)^3 + (5 \times 111)^3 = 3^3 \times 111^3 + 4^3 \times 111^3 + 5^3 \times 111^3 = (3^3 + 4^3 + 5^3) \times 111^3 = 216 \times 111^3 = 6^3 \times 111^3 = (6 \times 111)^3 = 666^3$. 故选 A.

方法点拨

比较幂的大小的方法: ①化为同指数的幂, 比较底数的大小; ②化为同底数的幂, 比较指数的大小.

关键点拨

利用作差法比较大小并逆用积的乘方是本题的解题关键.

3. **B** 【解析】因为 $2^a = 8, 8^b = 9$, 所以 $(2^a)^b = 2^{ab} = 8^b = 9$. 因为 $3^c = 6$, 所以 $(3^c)^2 = 6^2$, 即 $3^{2c} = 36$. 因为 $36^d = 4$, 所以 $(3^{2c})^d = 3^{2cd} = 4$, 即 $9^{cd} = 4$. 因为 $2^{ab} = 9$, 所以 $(2^{ab})^{cd} = 4$, 即 $2^{abcd} = 2^2$, 所以 $abcd = 2$, 所以 \sqrt{abcd} 的值是 $\sqrt{2}$. 故选 B.

4. **B** 【解析】因为 $T_0 = abcd, T_1 = ab \cdot bc \cdot cd$ ▶ **思路分析**

$$da = (abcd)^2 = T_0^2, T_2 = ab^2c \cdot bc^2d \cdot cd^2a \cdot$$

$$da^2b = (abcd)^4 = T_0^4 = T_0^2, T_3 = ab^3c^3d \cdot abc^3d^3 \cdot$$

$$a^3bcd^3 \cdot a^3b^3cd = (abcd)^8 = T_0^8 = T_0^3, \text{以此类推,}$$

$$T_n = T_0^{2^n}, \text{故①说法错误. 因为 } a=1, b=2, c=3,$$

$$d=4, \text{所以 } T_0 = abcd = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24, T_1 = T_0^2 =$$

$$24^2 = 2^6 \times 3^2, \text{故能被4整除但不能被8整除的}$$

$$\text{因数有 } 2^2 = 4, 2^2 \times 3 = 12, 2^2 \times 3^2 = 36, \text{共3个,}$$

$$\text{故②说法错误. 因为 } T_n = T_0^k, T_n = T_0^{2^n}, \text{所以 } T_0^k =$$

$$T_0^{2^n}, \text{即 } 2^n = k. \text{因为 } k \text{ 是大于1000的整数, 所以}$$

$$2^n > 1000. \text{因为 } 2^9 = 512 < 1000, 2^{10} = 1024 >$$

$$1000, \text{所以满足条件的 } n \text{ 的最小值为10, 故}$$

$$\text{③说法正确. 故选 B.}$$

5. 【解】因为 $17^x = 2\,023, 119^y = 2\,023$, 所以 $(17^x)^y = 2\,023^y, (119^y)^x = 2\,023^x$, 所以 $(17^x)^y \cdot (119^y)^x = 17^{xy} \cdot 119^{xy} = (17 \times 119)^{xy} = 2\,023^{xy}$. 因为 $2\,023^y \cdot 2\,023^x = 2\,023^{x+y}$, 所以 $2\,023^{xy} = 2\,023^{x+y}$, 所以 $xy = x+y$.

6. 【解】因为 $M = \left(-\frac{1}{2\,013}\right)^{2\,014} \times 2\,013^{2\,015} = \left(-\frac{1}{2\,013} \times 2\,013\right)^{2\,014} \times 2\,013 = 2\,013, N = (-5)^{10} \times (-6)^{11} \times \left(-\frac{1}{30}\right)^{10} - 2\,008 = \left[(-5) \times (-6) \times \left(-\frac{1}{30}\right)\right]^{10} \times (-6) - 2\,008 = -6 - 2\,008 = -2\,014$, 所以 $(M+N)^{2\,019} = (2\,013 - 2\,014)^{2\,019} = -1$.

7. 【解】(1) $2^2 + 4^2 + 6^2 + \cdots + 10^2 = (2 \times 1)^2 + (2 \times 2)^2 + (2 \times 3)^2 + \cdots + (2 \times 5)^2 = 2^2 \times 1^2 + 2^2 \times 2^2 + 2^2 \times 3^2 + \cdots + 2^2 \times 5^2 = 2^2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 5^2)$. 因为 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, 所以原式 $= 4 \times \frac{5 \times (5+1) \times (2 \times 5+1)}{6} = 220$.

分别求出 $T_1 =$

$$T_0^2, T_2 = T_0^2,$$

$$T_3 = T_0^3, \text{以此}$$

类推即可判断

①, 求出 $T_1 =$

$$2^6 \times 3^2, \text{列出能}$$

被4整除但不

能被8整除的

因数, 即可判

断②, 根据

$$T_n = T_0^k, T_n =$$

$$T_0^{2^n} \text{ 求出 } 2^n =$$

k , 结合题意即

可求出满足条

件的 n 的最小

值, 即可判断

③.

关键点拨

逆用积的乘方

法则简化算式

是解题的

关键.

$$(2) 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 99 \times 100 = 1 \times (1+1) + 2 \times (2+1) + 3 \times (3+1) + \cdots + 99 \times (99+1) = 1^2 + 1 + 2^2 + 2 + 3^2 + 3 + \cdots + 99^2 + 99 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 99^2 + 1 + 2 + 3 + \cdots + 99. \text{ 因为 } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \text{ 所以原式} =$$

$$\frac{99 \times (99+1) \times (2 \times 99+1)}{6} + \frac{99 \times (99+1)}{2} =$$

$$328\,350 + 4\,950 = 333\,300.$$

重难专题2 幂的运算训练

刷难关

1. **-8** 【解析】因为 $a+b=2, a-b=1$, 所以原式 $= [(a+b)(b-a)]^3 = (-2)^3 = -8$. 故答案为 -8.

2. **0** 【解析】原式 $= (a-b)^{2+4} - (a-b)^3 \cdot (a-b)^3 = (a-b)^6 - (a-b)^6 = 0$. 故答案为 0.

3. **C** 【解析】1. $4^{2\,019} \times (-4^{2\,020}) \times \left(\frac{1}{4}\right)^{2\,019} \times \left(-\frac{5}{7}\right)^{2\,019} = \left[1.4^{2\,019} \times \left(-\frac{5}{7}\right)^{2\,019}\right] \times \left[(-4^{2\,020}) \times \left(\frac{1}{4}\right)^{2\,019}\right] = \left[1.4 \times \left(-\frac{5}{7}\right)\right]^{2\,019} \times \left[(-4^{2\,019}) \times \left(\frac{1}{4}\right)^{2\,019}\right] \times 4 = -1 \times (-1) \times 4 = 4$. 故选 C.

4. 【解】(1) 原式 $= \left(\frac{12}{5}\right)^{11} \times \left(-\frac{5}{6}\right)^{11} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \left(\frac{12}{5}\right)^{11} \times \left(-\frac{5}{6}\right)^{11} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{11} \times \frac{1}{2} = \left(-\frac{12}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}\right)^{11} \times \frac{1}{2} = (-1)^{11} \times \frac{1}{2} = -1 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$.

(2) 原式 $= \left(-\frac{1}{10}\right)^{1\,000} \times (-10)^{1\,000} \times (-10) + \left(\frac{4}{15}\right)^{2\,024} \times \frac{4}{15} \times \left(-\frac{15}{4}\right)^{2\,024} = \left[-\frac{1}{10} \times (-10)\right]^{1\,000} \times (-10) + \left(-\frac{15}{4} \times \frac{4}{15}\right)^{2\,024} \times \frac{4}{15} = -10 + \frac{4}{15} = -9\frac{11}{15}$.

5. **D** 【解析】 $2^{202} \times 4^{203} \times 8^{204} = 2^{202} \times 2^{406} \times 2^{612} = 2^{1\,220}$. 2^1 的个位数字是 2, 2^2 的个位数字是 4, 2^3 的个位数字是 8, 2^4 的个位数字是 6, 2^5 的个位数字是 2, 2^6 的个位数字是 4, ..., 所以循

环周期为 4. 因为 $1\ 220 \div 4 = 305$, 所以 $2^{1\ 220}$ 的个位数字是 6, 即 $2^{202} \times 4^{203} \times 8^{204}$ 的个位数字是 6. 故选 D.

6. 【解】(1) 因为 $3^{2\ 021} = 3^{4 \times 505 + 1}$, 所以 $3^{2\ 021}$ 的末尾数字为 3. 因为 14^1 的末尾数字是 4, 14^2 的末尾数字是 6, 14^3 的末尾数字是 4, 14^4 的末尾数字是 6, \dots , 所以当 n 为非负整数时, 14^{2n+1} 的末尾数字是 4, 14^{2n} 的末尾数字是 6. 因为 $14^{2\ 024} = 14^{2 \times 1\ 012}$, 所以 $14^{2\ 024}$ 的末尾数字是 6. 故答案为 3, 6.

(2) 因为 12^1 的末尾数字是 2, 12^2 的末尾数字是 4, 12^3 的末尾数字是 8, 12^4 的末尾数字是 6, 12^5 的末尾数字是 2, 12^6 的末尾数字是 4, \dots , 所以当 n 为非负整数时, 12^{4n+1} 的末尾数字是 2, 12^{4n+2} 的末尾数字是 4, 12^{4n+3} 的末尾数字是 8, 12^{4n} 的末尾数字是 6. 因为 $12^{2\ 024} = 12^{4 \times 506}$, 所以 $12^{2\ 024}$ 的末尾数字为 6. 同理可得 37^{4n+1} 的末尾数字是 7, 37^{4n+2} 的末尾数字是 9, 37^{4n+3} 的末尾数字是 3, 37^{4n} 的末尾数字是 1. 因为 $37^{2\ 018} = 37^{4 \times 504 + 2}$, 所以 $37^{2\ 018}$ 的末尾数字是 9, 所以 $12^{2\ 024} + 37^{2\ 018}$ 的末尾数字是 5, 所以 $12^{2\ 024} + 37^{2\ 018}$ 能被 5 整除.

7. 【解】(1) 因为 $2^{44} = (2^4)^{11} = 16^{11}$, $4^{22} = (4^2)^{11} = 16^{11}$, 所以 $2^{44} = 4^{22}$.

(2) 因为 $7^{24} = (7^2)^{12} = 49^{12}$, $4^{36} = (4^3)^{12} = 64^{12}$, $3^{48} = (3^4)^{12} = 81^{12}$, $2^{60} = (2^5)^{12} = 32^{12}$, 又因为 $81 > 64 > 49 > 32$, 所以 $81^{12} > 64^{12} > 49^{12} > 32^{12}$, 所以 $3^{48} > 4^{36} > 7^{24} > 2^{60}$.

(3) 因为 $3^{12} \times 5^{10} = (3 \times 5)^{10} \times 3^2$, $3^{10} \times 5^{12} = (3 \times 5)^{10} \times 5^2$, 又因为 $5^2 > 3^2$, 所以 $3^{10} \times 5^{12} > 3^{12} \times 5^{10}$.

3.2 单项式的乘法

刷基础

1. D 【解析】 $\frac{1}{2}ab^2 \times 8a = 4a^2b^2$. 故选 D.

2. $-2a^2b, 3ab$ (答案不唯一) 【解析】 $-2a^2b \cdot 3ab = -6a^3b^2$. 故答案为 $-2a^2b, 3ab$ (答案不唯一).

3. $-12x^6y^6$ 【解析】 $A \cdot B^2 \cdot C = 3x^2 \cdot (-2xy^2)^2 \cdot (-x^2y^2) = 3x^2 \cdot 4x^2y^4 \cdot (-x^2y^2) = -12x^6y^6$. 故

答案为 $-12x^6y^6$.

4. 320 【解析】 $-10(-a^3b^2c)^2 \cdot \frac{1}{5}a \cdot (bc)^3 - (2abc)^3 \cdot (-a^2b^2c)^2 = -10a^6b^4c^2 \cdot \frac{1}{5}a \cdot b^3c^3 - 8a^3b^3c^3 \cdot a^4b^4c^2 = -2a^7b^7c^5 - 8a^7b^7c^5 = -10a^7b^7c^5$. 当 $a = -5, b = 0.2, c = 2$ 时, 原式 $= -10 \times (-5)^7 \times 0.2^7 \times 2^5 = -10 \times [(-5) \times 0.2]^7 \times 2^5 = 320$. 故答案为 320.

5. C 【解析】原式 $= -x^4 + x$, 故选 C.

关键点拨

6. $b^2 - b$ 【解析】因为 $a \otimes b = ab + a - b$, 所以 $a \otimes b + [(b - a) \otimes b] = ab + a - b + (b - a)b + (b - a) - b = ab + a - b + b^2 - ab + b - a - b = b^2 - b$. 故答案为 $b^2 - b$.

单项式与多项式相乘, 就是用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.

7. -2 024 【解析】因为 $a^2 + a - 2\ 024 = 0$, 所以 $a^2 - 2\ 024 = -a$, 所以 $(a^2 - 2\ 024)(a + 1) = -a(a + 1) = -(a^2 + a)$. 因为 $a^2 + a - 2\ 024 = 0$, 所以 $a^2 + a = 2\ 024$, 所以原式 $= -(a^2 + a) = -2\ 024$. 故答案为 -2 024.

8. 【解】 $(5 - 3x + mx^2 - 6x^3) \cdot (-2x^2) - x(-3x^3 + nx - 1) = -10x^2 + 6x^3 - 2mx^4 + 12x^5 + 3x^4 - nx^2 + x = 12x^5 + (3 - 2m)x^4 + 6x^3 + (-10 - n)x^2 + x$. 由结果中不含 x^4 和 x^2 项, 得 $3 - 2m = 0, -10 - n = 0$, 解得 $m = 1.5, n = -10$.

9. 【解】(1) 根据题意得, 长方形纸片 B 的长为 $2a$, 宽为 b , 正方形纸片 A 的边长为 a . 因为甲为正方形, 所以 $a + 2b = 2a$, 所以 $a = 2b$. 因为大长方形乙的长为 $2a + a = 3a$, 宽为 $a + b$, 所以乙的周长为 $(3a + a + b) \times 2 = 8a + 2b = 8a + a = 9a$, 故答案为 $9a$.

(2) $a = 3b$. 理由: 因为 $S_{\text{甲}} = 2a(a + 2b), S_{\text{乙}} = 3a(a + b)$, 所以 $\frac{2a(a + 2b)}{3a(a + b)} = \frac{5}{6}$, 所以 $12a(a + 2b) = 15a(a + b)$. 因为 $a > 0$, 所以 $12(a + 2b) = 15(a + b)$, 所以 $a = 3b$.

易错警示

去括号时, 要密切关注括号前的符号, 如果是负号, 那么括号里的所有项都要变号.

刷易错

10. 【解】任务一: ①第一步依据的运算律是乘法分配律. 故答案为乘法分配律.

②从第二步开始出现错误, 出现错误的原因是括号前面是负号, 去掉括号时, 括号内的第二项未变号. 故答案为二; 括号前面是负号, 去掉括号时, 括号内的第二项未变号.

任务二:正确的计算过程如下:

$$\begin{aligned} & 6mn-2m-3(m+2mn) \\ &= 6mn-2m-(3m+6mn) \\ &= 6mn-2m-3m-6mn \\ &= -5m. \end{aligned}$$

故答案为 $-5m$.

3.3 多项式的乘法

课时1 多项式的乘法法则

刷基础

1. **B** 【解析】 $(x+3)(x+a)=x^2+(3+a)x+3a$. A 选项,若原式 $=x^2-2x-15$,则有 $3a=-15, a=-5<0$,与条件矛盾,故该选项不合题意;B 选项,若原式 $=x^2+8x+15$,则有 $3+a=8, a=5$,此时 $3a=15$,故该选项符合题意;C 选项,若原式 $=x^2+2x-15$,则有 $3a=-15, a=-5<0$,与条件矛盾,故该选项不合题意;D 选项,若原式 $=x^2-8x+15$,则有 $3+a=-8, a=-11<0$,与条件矛盾,故该选项不合题意. 故选 B.

2. **A** 【解析】因为 $x+y=3$ 且 $xy=2$,所以 $(3-x)(3-y)=9-3y-3x+xy=9-3(x+y)+xy=9-3\times 3+2=9-9+2=2$,故选 A.

3. **A** 【解析】根据题意,知 $a+b=-7, ab=12$,所以 a, b 的值可能分别是 $-3, -4$,故选 A.

4. **1-4x²** 【解析】因为 $A\div B$ 的计算结果是 $-2x+1$,所以 $A=(-2x+1)\times B$. 因为 $B=2x+1$,所以 $A=(-2x+1)\times(2x+1)=1-4x^2$,故答案为 $1-4x^2$.

5. **A** 【解析】题图(2)中大长方形的面积可表示为 $(a+3b)(a+2b)$,也可表示为 $a^2+5ab+6b^2$,所以根据题图(2)中图形的面积可以说明的多项式的乘法运算是 $(a+3b)(a+2b)=a^2+5ab+6b^2$. 故选 A.

6. **C** 【解析】因为 $M=(x-2)(x-5), N=(x-3)(x-4)$,所以 $M-N=(x-2)(x-5)-(x-3)(x-4)=x^2-7x+10-(x^2-7x+12)=x^2-7x+10-x^2+7x-12=-2<0$,即 $M-N<0$,所以 $M<N$,故选 C.

7. **-7** 【解析】因为甲抄错了第一个多项式中 a 的符号,所以甲计算的式子是 $(2x-a)(3x+b)=6x^2+(2b-3a)x-ab=6x^2+11x-10$,所以 $2b-3a=11$. 因为乙漏抄了第二个多项式中 x 的系数,所以乙计算的式子是 $(2x+a)(x+b)=2x^2+(2b+a)x+ab=2x^2-9x+10$,所以 $2b+a=-9$. 联立得 $\begin{cases} 2b-3a=11, \\ 2b+a=-9, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=-5, \\ b=-2, \end{cases}$ 所以 $a+b=-7$. 故答案为 -7 .

思路分析

先根据多项式乘多项式的计算法则去括号,再根据等式的基本性质移项、合并同类项、系数化为1即可求解.

思路分析

先把多项式展开后合并,然后令 x 的一次项系数等于0,即可得到 p 与 q 的关系.

为 -7 .

8. 【解】 $4(x-2)(x+5)=(2x-3)(2x+11)+11, 4x^2+12x-40=4x^2+16x-33+11, 4x^2-4x^2+12x-16x=40-33+11, -4x=18$,解得 $x=-4.5$.

9. 【解】(1)因为购进A品牌矿泉水 a 箱,所以购进B品牌矿泉水 $(100-a)$ 箱.由题意得, $w=(48-24)a+(57-30-m)(100-a)=24a+(27-m)(100-a)=am-3a+2700-100m$.
(2)当 $m=3$ 时, $w=3a-3a+2700-100\times 3=2400$.

答:超市获得的利润为2400元.

课时2 复杂多项式的乘法与化简求值

刷基础

1. **A** 【解析】 $(2x-1)(x^3-x+1)=2x^4-2x^2+2x-x^3+x-1=2x^4-x^3-2x^2+3x-1$. 因为 $(2x-1)(x^3-x+1)=-ax^4-x^3-2x^2+bx-1$,所以 $a=-2, b=3$,所以 $(a-b)^3=(-2-3)^3=(-5)^3=-125$. 故选 A.

2. **B** 【解析】 $(x^2+2px+q)(x-2)=x^3-2x^2+2px^2-4px+qx-2q=x^3+(2p-2)x^2+(-4p+q)x-2q$. 因为展开后不含 x 的一次项,所以 $-4p+q=0$,所以 $q=4p$,故选 B.

3. **$\frac{S}{2}-3$** 【解析】设 $BF=a, CG=b$,则 $AB=DC=\frac{S}{2}$.
 $DG+CG=x+5+b, AD=BC=CF+BF=3y+2+a$,所以 $BE=AB-AE=b+3, AH=AD-DH=a+2$,所以 $S=(x+5+b)(3y+2+a)=ax+3xy+2x+3by+15y+ab+2b+5a+10$,所以 $S-10=ax+3xy+2x+3by+15y+ab+2b+5a$,所以 $S_{\text{阴影}}=\frac{1}{2}BE\cdot BF+\frac{1}{2}FC\cdot CG+\frac{1}{2}DH\cdot DG+\frac{1}{2}AH\cdot AE=\frac{1}{2}a(b+3)+\frac{1}{2}b(3y+2)+\frac{1}{2}\cdot 3y(x+5)+\frac{1}{2}(a+2)(x+2)=\frac{1}{2}(ax+3xy+2x+3by+15y+ab+2b+5a+4)=\frac{1}{2}(S-10+4)=\frac{S}{2}-3$. 故答案为 $\frac{S}{2}-3$.

4. 【解】(1) $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$;
 $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3=a^3-b^3$;
 $(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3)=a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3-a^3b-a^2b^2-ab^3-b^4=a^4-b^4$.
故答案为 $a^2-b^2, a^3-b^3, a^4-b^4$.
(2) $(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})=a^n-b^n$,

故答案为 $a^n - b^n$.

$$(3) \textcircled{1} 2^{11} + 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + \cdots + 2^3 + 2^2 + 2 = (2-1) \times (2^{11} + 2^{10} \times 1 + 2^9 \times 1^2 + 2^8 \times 1^3 + 2^7 \times 1^4 + \cdots + 2^3 \times 1^8 + 2^2 \times 1^9 + 2 \times 1^{10} + 1^{11}) - 1^{11} = 2^{12} - 1^{12} - 1 = 4\ 094.$$

$$\textcircled{2} -5^{11} + 5^{10} - 5^9 + 5^8 - 5^7 + \cdots - 5^3 + 5^2 - 5 = -(5^{11} - 5^{10} + 5^9 - 5^8 + 5^7 - \cdots + 5^3 - 5^2 + 5) = -\left\{ \frac{1}{6} [5 - (-1)] [5^{11} + 5^{10} \times (-1) + 5^9 \times (-1)^2 + \cdots + 5^2 \times (-1)^9 + 5 \times (-1)^{10} + (-1)^{11}] \right\} - 1 = -\left\{ \frac{1}{6} [5^{12} - (-1)^{12}] \right\} - 1 = -\frac{5^{12}}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{5}{6}(5^{11} + 1).$$

5. **A** 【解析】原式 $= m(m-2) + (m+2)(m+2) = m^2 - 2m + m^2 + 4m + 4 = 2m^2 + 2m + 4$. 当 $m^2 + m = 5$ 时, 原式 $= 2(m^2 + m) + 4 = 2 \times 5 + 4 = 10 + 4 = 14$. 故选 A.

6. 【解】(1) 原式 $= a^2 + 2ab - 2ab - 2b^2 = a^2 - 2b^2$. 当 $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ 时, 原式 $= (\sqrt{5})^2 - 2 \times (\sqrt{3})^2 = 5 - 6 = -1$.

$$(2) (3x+1)(2x-3) - (6x-5)(x-4) = 6x^2 - 9x + 2x - 3 - 6x^2 + 24x + 5x - 20 = 22x - 23. \text{ 当 } x = -2 \text{ 时, 原式} = 22 \times (-2) - 23 = -67.$$

$$(3) (x+2y)(x-2y) + (x+y)(x^2 - x + 4y) - 3xy = x^2 - 2xy + 2xy - 4y^2 + x^3 - x^2 + 4xy + x^2y - xy + 4y^2 - 3xy = x^3 + x^2y.$$

$$\text{当 } x = -1, y = 2 \text{ 时, 原式} = (-1)^3 + (-1)^2 \times 2 = -1 + 2 = 1.$$

$$7. \text{【解】}(1) \text{ 原式} = x^4 + (p-3)x^3 + \left(q-3p-\frac{1}{3}\right)x^2 + (1+pq)x - \frac{1}{3}q.$$

因为积中不含 x 项与 x^3 项,

$$\text{所以} \begin{cases} 1+pq=0, \\ p-3=0, \end{cases} \text{ 所以} \begin{cases} p=3, \\ q=-\frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$(2) \text{ 将 } (1) \text{ 中的 } p, q \text{ 代入, 则原式} = 4p^4q^2 + 27p^3q^3 + p^{2012}q^{2014} = 4p^2(pq)^2 + 27(pq)^3 + (pq)^{2012}q^2 = 4 \times 3^2 - 27 + \frac{1}{9} = 9 - \frac{1}{9}.$$

刷提升

1. **A** 【解析】 $x(5kx-3xy) - (k-3)(3x^2y-4x^2) = 5kx^2 - 3x^2y - 3kx^2y + 4kx^2 + 9x^2y - 12x^2 = -3kx^2y + 9kx^2 + 6x^2y - 12x^2 = (-3k+6)x^2y + 9kx^2 - 12x^2$. 因为代数式 $x(5kx-3xy) - (k-3)(3x^2y-4x^2)$ 的值与 y 的取值无关, 所以 $-3k+6=0$, 解得 $k=$

思路分析

直接利用单项式乘多项式及多项式乘多项式的运算法则计算, 找化简结果与已知条件之间的关系, 整体代入即可求解.

关键点拨

(1) 因为积中不含 x 项与 x^3 项, 故将积算出来后, 令相应项的系数为 0 即可求出 p, q 的值.

关键点拨

要使代数式的值与 y 的取值无关, 则可得化简后含 y 的项的系数都为 0.

2, 即当 $k=2$ 时, 代数式的值与 y 的取值无关.

故选 A.

2. **D** 【解析】因为 m, n, p, q 为 4 个不同的正整数, 所以 $7-m, 7-n, 7-p, 7-q$ 为 4 个不同的整数. 又因为 $4 = -1 \times (-2) \times 1 \times 2$, 所以 $7-m, 7-n, 7-p, 7-q$ 为 $-2, -1, 1, 2$, 所以 $(7-m) + (7-n) + (7-p) + (7-q) = -2 + (-1) + 1 + 2 = 0$, 所以 $m+n+p+q=28$. 故选 D.

3. $\frac{m^2}{10}$ 【解析】设 $AD=BC=n$, 则 $S_1 = (m-a)(n-b) + (m-b)(n-2a) = mn - mb - na + ab + mn - 2ma - nb + 2ab = 2mn - mb - 2ma - na - nb + 3ab$, $S_2 = (m-b)(n-a) + (m-a)(n-2b) = mn - ma - nb + ab + mn - na - 2mb + 2ab = 2mn - ma - 2mb - na - nb + 3ab$, 所以 $S_2 - S_1 = 2mn - ma - 2mb - na - nb + 3ab - (2mn - mb - 2ma - na - nb + 3ab) = 2mn - ma - 2mb - na - nb + 3ab - 2mn + mb + 2ma + na + nb - 3ab = ma - mb = m(a-b)$. 因为 $a-b = \frac{m}{10}$, 所以

$$S_2 - S_1 = m(a-b) = m \times \frac{m}{10} = \frac{m^2}{10}. \text{ 故答案为 } \frac{m^2}{10}.$$

4. 【解】设 $a_2 + \cdots + a_{2024} = m$, 则 $M = (a_1 + m)(m + a_{2025}) = a_1m + m^2 + a_{2025}m + a_1a_{2025}$, $N = (a_1 + m + a_{2025})m = a_1m + m^2 + a_{2025}m$, 所以 $M - N = a_1a_{2025}$. 因为 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{2024}, a_{2025}$ 都是正数, 所以 $a_1a_{2025} > 0$, 所以 $M - N > 0$, 所以 $M > N$.

5. 【解】(1) (答案不唯一) 写的多项式是 $(a+b)$, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 左边两个因式各项系数之和分别为 2, 0, 右边各项系数之和为 0, 满足算式 $2 \times 0 = 0$.

$$(2) \text{ 因为 } m, n \text{ 为常数, 且 } (2a-b)(a+mb) = 2a^2 + nab - 2b^2, \text{ 所以 } m=2, (2-1) \times (1+m) = 2+n-2, \text{ 解得 } m=2, n=3.$$

$$(3) \text{ 由 } \textcircled{1} \textcircled{2} \text{ 的规律可知, } (15a+3b+5c)(2a+12b-3c)(3a+2b+3c) \text{ 的展开式中各项系数的和为 } (15+3+5) \times (2+12-3) \times (3+2+3) = 23 \times 11 \times 8 = 2\ 024.$$

刷素养

6. 【解】(1) 24 与 63 是“幸福数对”. 理由如下: 因为 $24 \times 63 = 1\ 512, 42 \times 36 = 1\ 512$, 所以 $24 \times 63 = 42 \times 36$, 所以 24 与 63 是“幸福数对”.

$$(2) ac = bd. \text{ 证明如下: } (10a+b)(10c+d) = 100ac + 10ad + 10bc + bd, (10b+a)(10d+c) = 100bd + 10bc + 10ad + ac. \text{ 由题意得, } (100ac +$$

$10ad+10bc+bd)-(100bd+10bc+10ad+ac)=0$,
 $99ac-99bd=0$, $99(ac-bd)=0$, 所以 $ac-bd=0$,
 即 $ac=bd$.

(3) 由(2)可得 $(x^2+x+1)(2x^2+x+5)=(2x^2+x+3)(x^2+x+2)$, 即 $2x^4+3x^3+8x^2+6x+5=2x^4+3x^3+8x^2+5x+6$, 所以 $6x+5=5x+6$, 解得 $x=1$, 则 $x^2+x+1=3$, $2x^2+x+3=2+1+3=6$, $2x^2+x+5=2+1+5=8$, $x^2+x+2=1+1+2=4$, 所以这两个两位数分别为 36 和 84.

3.4 乘法公式

课时 1 平方差公式

刷基础

1. **C** 【解析】因为 $(a+b)(p+q)$ 能运用平方差公式计算, 所以 $p=a, q=-b$ 或 $p=-a, q=b$ 或 $q=a, p=-b$ 或 $q=-a, p=b$, 故选 C.

2. (1) a^2-9 (2) $9-4x^2$ (3) $a-5$ (4) $\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y$

【解析】(1) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$;
 (2) $(2x+3)(3-2x)=3^2-(2x)^2=9-4x^2$;
 (3) $(a+5)(a-5)=a^2-5^2=a^2-25$;
 (4) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{2}{3}y\right)^2=\frac{1}{4}x^2-\frac{4}{9}y^2$. 故答案为 (1) a^2-9 ; (2) $9-4x^2$;
 (3) $a-5$; (4) $\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y$.

3. **B** 【解析】 $(2a+1)(2a-1)=(2a)^2-1=4a^2-1$, 故 A 错误. $(-m-n)(m-n)=(-n)^2-m^2=n^2-m^2$, 故 B 正确. $(a-8)(-a+8)=-a^2+8a+8a-64=-a^2+16a-64$, 故 C 错误. $(2a+1)(a-2)=2a^2-4a+a-2$, 故 D 错误.

4. **6** 【解析】因为 $(a^2+b^2+1)(a^2+b^2-1)=35$, 所以 $[(a^2+b^2)+1][(a^2+b^2)-1]=35$, 所以 $(a^2+b^2)^2-1=35$, 所以 $(a^2+b^2)^2=36$. 因为 $a^2+b^2 \geq 0$, 所以 $a^2+b^2=6$. 故答案为 6.

5. $\sqrt{5}+2$ 【解析】原式 $=[(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)]^{2025} \times (\sqrt{5}+2) = (5-4)^{2025} \times (\sqrt{5}+2) = \sqrt{5}+2$, 故答案为 $\sqrt{5}+2$.

6. 【解】(1) 原式 $=5x^2-3y^2$.

(2) 原式 $=(4a^2-b^2)(4a^2+b^2)=16a^4-b^4$.

(3) 原式 $=\left(50+\frac{3}{4}\right)\left(50-\frac{3}{4}\right)=50^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2=2500-\frac{9}{16}=2499\frac{7}{16}$.

(4) 原式 $=(123+1)(123-1)-123^2=123^2-1-123^2=-1$.

关键点拨

运用平方差公式计算时, 关键要找相同项和相反项, 其结果是相同项的平方减去相反项的平方.

思路分析

设大正方形的边长为 a , 小正方形的边长为 b , 得到 $a^2-b^2=20$, $AE=a-b$, 再根据 $S_{\text{阴影}}=S_{\text{三角形ACE}}+S_{\text{三角形ADE}}$ 进行求解即可.

7. 【解】(1) $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) \cdot (2^{32}+1)+1=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1) \cdot (2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)+1=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)+1=\dots=(2^{32}-1)(2^{32}+1)+1=2^{64}-1+1=2^{64}$. 因为 2^1 的末尾数字是 2, 2^2 的末尾数字是 4, 2^3 的末尾数字是 8, 2^4 的末尾数字是 6, 2^5 的末尾数字是 2, 所以当 n 为正整数时, 2^n 的末尾数字按 2, 4, 8, 6 的顺序依次出现. 因为 $64 \div 4 = 16$, 所以 2^{64} 的末尾数字是 6, 故答案为 6.

(2) 根据题意得, 原式 $=\frac{1}{5} \times (6-1)(6+1)(6^2+1)(6^4+1)(6^8+1)=\frac{1}{5} \times (6^2-1)(6^2+1)(6^4+1)(6^8+1)=\frac{1}{5} \times (6^8-1)(6^8+1)=\frac{1}{5} \times (6^{16}-1)=\frac{6^{16}-1}{5}$.

8. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 【解析】题图(1)中阴影部分的面积可以看作两个正方形的面积差, 即 a^2-b^2 , 题图(2)是长为 $a+b$ 、宽为 $a-b$ 的长方形, 因此其面积为 $(a+b)(a-b)$, 所以有 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. 故答案为 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

9. 10 【解析】设大正方形的边长为 a , 小正方形的边长为 b . 由题意和题图可知 $a^2-b^2=20$, $AE=a-b, BC=a, BD=b$, 所以 $S_{\text{阴影}}=S_{\text{三角形ACE}}+S_{\text{三角形ADE}}=\frac{1}{2}AE \cdot BC+\frac{1}{2}AE \cdot BD=\frac{1}{2}AE \cdot (BC+BD)=\frac{1}{2}(a-b)(a+b)=\frac{1}{2}(a^2-b^2)=\frac{1}{2} \times 20=10$. 故答案为 10.

课时 2 完全平方公式

刷基础

1. **D** 【解析】 $(m-2n)^2=m^2-4mn+(2n)^2=m^2-4mn+4n^2$, $(m+n)^2=m^2+2mn+n^2$, $(3m-n)^2=9m^2-6mn+n^2$, 故 A、B、C 选项错误. $(-2m-n)^2=(-2m)^2+2(-2m)(-n)+(-n)^2=4m^2+4mn+n^2$, 故 D 选项正确.

2. **C** 【解析】因为 $9a^2+12ab+4b^2=(3a+2b)^2$, 所以被染黑的这一项应是 $4b^2$. 故选 C.

3. **D** 【解析】因为 $3y^2-y+5=7$, 所以 $3y^2-y=2$, 所以 $(3y+3)^2-7(3y+3)=9y^2+18y+9-21y-21=9y^2-3y-12=3(3y^2-y)-12=3 \times 2-12=-6$. 故选 D.

4. 【解】(1) $9.8^2=(10-0.2)^2=100-4+0.04=$

96. 04.

$$(2) 101^2 + 99^2 = (100+1)^2 + (100-1)^2 = 100^2 + 2 \times 1 \times 100 + 1^2 + 100^2 - 2 \times 1 \times 100 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 + 10\,000 - 200 + 1 = 20\,002.$$

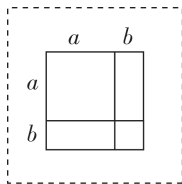
$$(3) (x-2y-1)^2 = (x-2y)^2 + 1 - 2(x-2y) = x^2 + 4y^2 - 4xy + 1 - 2x + 4y.$$

$$(4) (-2a+3b+5c)(2a+3b-5c) = -(2a-5c-3b)(2a-5c+3b) = -[(2a-5c)^2 - (3b)^2] = -(4a^2 + 25c^2 - 20ac - 9b^2) = -4a^2 - 25c^2 + 20ac + 9b^2.$$

5. 【解】由题意得绿道面积 S 是大正方形面积 S_1 与小正方形(花坛)面积 S_2 之差, $S_2 = b^2$, $S_1 = (b+2a)^2$, 且 $b = \frac{l}{4} - a$, 所以 $S = S_1 - S_2 = (b+2a)^2 - b^2 = b^2 + 4ab + 4a^2 - b^2 = 4ab + 4a^2 = 4a^2 + 4ab$, 即 $S = 4a^2 + 4ab$.

6. A 【解析】根据题图可知 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. 故选 A.

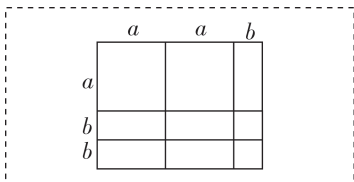
7. 【解】(1) 所拼正方形如图(1)所示. (拼法不唯一)



图(1)

所拼正方形面积既可以表示为 $(a+b)^2$, 又可以表示为 $a^2 + 2ab + b^2$, 所以可得等式: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 故答案为 $(a+b)^2, a^2 + 2ab + b^2$.

(2) 所拼长方形如图(2)所示. (拼法不唯一)



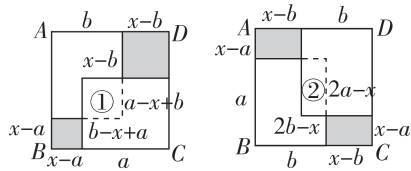
图(2)

所以 $(2a+b)(a+2b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2$, 故答案为 $2a^2 + 5ab + 2b^2$.

刷提升

1. B 【解析】因为一个数等于两个连续奇数的平方差, 那么我们称这个数为“完美数”, 所以可设这两个连续奇数分别为 $2n-1$ 和 $2n+1$ (n 为正整数), 所以这个“完美数”为 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$, 所以这个“完美数”为 8 的倍数. 观察各选项可知只有 2 024 是 8 的倍数, 所以这 4 个数中 2 024 是“完美数”. 故选 B.

2. D 【解析】如图, 设正方形 $ABCD$ 的边长为 x ,



图(1)

图(2)

则 $S_1 = (x-a)^2 + (x-b)^2$, $S_2 = 2(x-a)(x-b)$, 所以 $S_1 - S_2 = (x-a)^2 + (x-b)^2 - 2(x-a)(x-b) = (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$. 因为长方形纸片的周长为 $2(a+b)$, 面积为 ab , 所以若知道长方形纸片的周长和面积或长方形纸片长和宽的差, 能求出 $S_1 - S_2$ 的值, 故选项 A、B 不符合题意. ①的面积为 $(b-x+a)^2 = (a+b)^2 - 2x(a+b) + x^2 = (a+b)^2 - 2ax - 2bx + x^2$, ②的面积为 $(2a-x)(2b-x) = 4ab - 2ax - 2bx + x^2$, 所以①和②的面积差为 $(a+b)^2 - 2ax - 2bx + x^2 - (4ab - 2ax - 2bx + x^2) = (a+b)^2 - 4ab$, 所以若知道①和②的面积差, 能求出 $S_1 - S_2$ 的值, 故选项 C 不符合题意. 因为长方形纸片和①的面积差为 $ab - (a+b)^2 + 2ax + 2bx - x^2$, 所以若知道长方形纸片和①的面积差, 不能求出 $S_1 - S_2$ 的值, 故选项 D 符合题意. 故选 D.

3. 13 或 -11 【解析】因为关于 x 的多项式 $4x^2 + (m-1)x + 9$ 是完全平方式, 所以 $(m-1)x = \pm 2 \times 3 \times 2x$. 当 $(m-1)x = 2 \times 3 \times 2x = 12x$ 时, $m = 13$; 当 $(m-1)x = -2 \times 3 \times 2x = -12x$ 时, $m = -11$. 综上所述, m 的值为 13 或 -11.

4. $\frac{1}{2}$ 【解析】因为 $19\,931\,991^2 + 19\,931\,993^2 - 2 = (19\,931\,992-1)^2 + (19\,931\,992+1)^2 - 2 = 19\,931\,992^2 + 1 - 2 \times 19\,931\,992 + 19\,931\,992^2 + 1 + 2 \times 19\,931\,992 - 2 = 2 \times 19\,931\,992^2$, 所以 $\frac{19\,931\,992^2}{19\,931\,991^2 + 19\,931\,993^2 - 2} = \frac{1}{2}$. 故答案为 $\frac{1}{2}$.

5. 12 【解析】因为 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, 所以 $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = x^2 + y^2 + y^2 + z^2 + z^2 + x^2 - 2xy - 2yz - 2xz = 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + xz) = 8 - 2(xy + yz + xz)$. 因为 $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$, 所以 $2xy + 2xz + 2yz = (x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$, 所以原式 $= 8 + x^2 + y^2 + z^2 - (x+y+z)^2 = 12 - (x+y+z)^2$. 因为 $(x+y+z)^2 \geq 0$, 所以原式 ≤ 12 , 所以原式的最大值是 12. 故答案为 12.

关键点拨

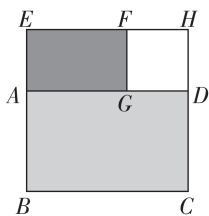
本题考查了完全平方式、多项式乘多项式, 解决本题的关键是运用数形结合的思想解决问题.

思路分析

先根据已知条件化简 $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$, 再根据平方的非负性求解最大值.

6. (1) $\frac{2}{3}$ (2) $-\frac{4}{3}$ 【解析】(1) 将 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} mx+ny=1+2mn, \\ nx+my=1-2mn, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 2m+n=1+2mn, \\ 2n+m=1-2mn, \end{cases}$ 将两式相加, 得 $2m+n+2n+m=1+1$, 得 $3(m+n)=2$, 所以 $m+n=\frac{2}{3}$, 故答案为 $\frac{2}{3}$. (2) $(m+2n)^2 - (m+2n)(2n-m) - 2m^2 = m^2 + 4mn + 4n^2 - (4n^2 - m^2) - 2m^2 = 4mn$. 因为 $\begin{cases} 2m+n=1+2mn, \\ 2n+m=1-2mn, \end{cases}$ 所以两式相减, 得 $2m+n-2n-m=4mn$, 即 $m-n=4mn$. 因为 $m-n=-\frac{4}{3}$, 所以 $4mn=-\frac{4}{3}$, 所以原式 $=4mn=-\frac{4}{3}$, 故答案为 $-\frac{4}{3}$.

7. 【解】(1) 设这两个正数分别为 a, b , 不妨设 $a > b$. 因为 $a > b > 0$, 所以 $a-b > 0$, 所以 $(a-b)^2 > 0$, 即 $a^2 - 2ab + b^2 > 0$, 所以 $a^2 + b^2 > 2ab$. (2) 设这两个正数分别为 a, b , 不妨设 $a > b$. 构造的图形如图, 其中四边形 $EBCH$ 是边长为 a 的正方形, 四边形 $FGDH$ 是边长为 b 的正方形.



因为 $S_{\text{长方形}ABCD} = a(a-b) = a^2 - ab$, $S_{\text{长方形}EFGA} = b(a-b) = ab - b^2$, 由图形可得 $S_{\text{长方形}ABCD} > S_{\text{长方形}EFGA}$, 所以 $a^2 - ab > ab - b^2$, 所以 $a^2 + b^2 > 2ab$.

8. 【解】因为 $am - bn = 2$, $an + bm = 4$, 所以 $(am - bn)^2 = 4$, $(an + bm)^2 = 16$, 所以 $a^2m^2 - 2abmn + b^2n^2 = 4$, $a^2n^2 + 2abmn + b^2m^2 = 16$, 两式相加得 $a^2m^2 + b^2n^2 + a^2n^2 + b^2m^2 = 20$. 因为题图(1)中阴影部分的面积为 3, 所以 $a^2 + b^2 = 3$. 因为 $(a^2 + b^2)(m^2 + n^2) = a^2m^2 + b^2n^2 + a^2n^2 + b^2m^2 = 20$, 所以 $m^2 + n^2 = \frac{20}{3}$. 因为题图(2)中四边形 $ABCD$ 的面积为 5, 所以题图(2)中阴影部分的面积为 $5 - \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}n^2 = 5 - \frac{1}{2}(m^2 + n^2) = 5 - \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} = \frac{5}{3}$.

刷素养

9. 【解】(1) 题图(1): $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; 题图(2): $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; 题图(3): $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$. 故答案为 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (或 $(a-b)^2 = a^2 -$

思路分析

(3) 先求数字 1~9 的和, 求出 $x+y=9$, 再求出 $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2+9^2=285$, 进而得到 $x^2+y^2=45$, 最后根据 $(x+y)^2 - 2xy = 45$ 得出结果.

关键点拨

m 与 $\frac{1}{m}$ 互为倒数, 即乘积为 1, 所以完全平方公式中“ $2ab$ ”这一项就等于 2.

$2ab+b^2$ 或 $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$.

(2) ① 因为 $m+n=2$, 所以 $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 = 4$. 因为 $m^2 + n^2 = 7$, 所以 $7 + 2mn = 4$, 所以 $mn = -\frac{3}{2}$, 故答案为 $-\frac{3}{2}$.

② 因为 $(2a-b)^2 = (2a+b)^2 - 8ab$, $2a+b=3$, $ab=1$, 所以 $(2a-b)^2 = 3^2 - 8 \times 1 = 1$.

③ 因为 $(4-x)(5-x) = 6$, 所以 $(4-x)^2 + (5-x)^2 = [(4-x) - (5-x)]^2 + 2(4-x)(5-x) = 1 + 2(4-x)(5-x) = 1 + 2 \times 6 = 13$.

(3) 数字 1~9 的和为 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. 因为各边上的四个数字的和都等于 21, 所以 $21 \times 3 - 45 = 18$, 所以 $x+y+(x+y) = 18$, 即 $x+y=9$. 因为每边四个数字的平方和分别记作 A, B, C , 且 $A+B+C=411$, 又 $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2+9^2=285$, 所以 $x^2+y^2+(x+y)^2 = 411 - 285 = 126$, 所以 $x^2+y^2+81 = 126$, 所以 $x^2+y^2=45$, 所以 $(x+y)^2 - 2xy = 45$, 所以 $xy=18$.



微专题

1. 【解】因为 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 9$, ①

$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 25$, ②

所以 ①+② 得 $2(a^2 + b^2) = 34$, 即 $a^2 + b^2 = 17$,

①-② 得 $4ab = -16$, 即 $ab = -4$.

2. 【解】因为 $x-y=5$, $xy=2$, 所以 $x^2+y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 5^2 + 2 \times 2 = 29$, $(x+y)^2 - 6 = (x-y)^2 + 4xy - 6 = 5^2 + 4 \times 2 - 6 = 25 + 8 - 6 = 27$.

3. 【解】(1) 因为 $m^2+n^2=40$, $m+n=-4$, 所以 $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 = 40 + 2mn = 16$, 所以 $mn = -12$.

(2) 由(1)得 $mn = -12$. 因为 $m^2+n^2=40$, 所以 $(m-n)^2 = m^2 - 2mn + n^2 = 40 + 24 = 64$, 所以 $m-n=8$ 或 $m-n=-8$.



微专题

1. 27 【解析】因为 $m - \frac{1}{m} = 5$, 所以 $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = m^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 25$, 所以 $m^2 - 2 + \frac{1}{m^2} = 25$, 所以 $m^2 + \frac{1}{m^2} = 25 + 2 = 27$, 故 $m^2 + \frac{1}{m^2}$ 的值为 27.

2. 2 【解析】因为 $a + \frac{1}{a} = -2$, 所以 $a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 4$, 即 $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$, 所以 $a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 4$, 即 $a^4 + \frac{1}{a^4} = 2$. 故答案为 2.

3.5 整式的化简



刷基础

1. **D** 【解析】因为 $x^2+x-3=0$, 所以 $x^2+x=3$, 所以 $x(x-2)+(x+2)^2+5=x^2-2x+x^2+4x+4+5=2x^2+2x+9=2(x^2+x)+9=2\times 3+9=15$, 故选 D.

2. 【解】 $(m-2n)^2-4n(3n-m)+(2n-3m)(3m+2n)=m^2-4mn+4n^2-12n^2+4mn+4n^2-9m^2=-8m^2-4n^2$. 当 $2m^2+n^2=6$ 时, 原式 $=-4(2m^2+n^2)=-4\times 6=-24$.

3. 【解】(1) $(2x+1)(2x-1)+x(3-4x)=4x^2-1+3x-4x^2=3x-1$. 当 $x=\frac{1}{3}$ 时, 原式 $=3\times\frac{1}{3}-1=0$.

(2) $(x-y)^2+(3x-y)(x+y)-(x-2y)(x+2y)=x^2-2xy+y^2+3x^2+3xy-xy-y^2-(x^2-4y^2)=x^2-2xy+y^2+3x^2+3xy-xy-y^2-x^2+4y^2=3x^2+4y^2$. 因为 $(x+2)^2+|y-3|=0$, 所以 $x+2=0, y-3=0$, 解得 $x=-2, y=3$. 当 $x=-2, y=3$ 时, 原式 $=3\times(-2)^2+4\times 3^2=3\times 4+4\times 9=12+36=48$.

4. **C** 【解析】因为每个大圆圈上的四个数字的和都等于 14, 所以 $x+y+x+y-2+2=x+y+1+z=14$, 所以 $x+y=7, z=6$. 设上面大圆圈四个数字的平方和为 A, 下面大圆圈四个数字的平方和为 B, 则 $A=x^2+y^2+2^2+(x+y-2)^2=x^2+y^2+4+25=x^2+y^2+29, B=x^2+y^2+1^2+z^2=x^2+y^2+1+36=x^2+y^2+37$, 所以 $A+B=2(x^2+y^2)+66$. 因为 $A+B=116$, 所以 $2(x^2+y^2)+66=116$, 所以 $x^2+y^2=25$. 因为 $(x+y)^2=7^2=49$, 所以 $x^2+y^2+2xy=49$, 所以 $xy=12$, 故选 C.

5. **B** 【解析】设扩大后的长方形广场的长为 $a=(18+x)$ 米, 宽为 $b=(10+x)$ 米. 依题意, 得 $ab=18\times 10+20=200, a-b=(18+x)-(10+x)=8$, 所以 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=8^2+2\times 200=464$, 所以花圃的总面积为 $\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi+\left(\frac{b}{2}\right)^2\pi=\frac{a^2+b^2}{4}\pi=\frac{464}{4}\pi=116\pi$ (平方米). 故选 B.

6. **0** 【解析】原式 $=a^2+6ab+9b^2+4a^2-9b^2+5a^2-6ab=10a^2$. 根据题意知亮亮和小莉代入的 a 的值为 1 和 -1, 则他们俩代入的 a 的值的和为 0, 故答案为 0.

思路分析

根据题意, 先求出 $x+y=7, z=6$, 再根据 $A+B=116$ 得到 $x^2+y^2=25$, 最后利用完全平方公式计算出 xy 即可.

思路分析

设扩大后的广场的长为 $a=(18+x)$ 米, 宽为 $b=(10+x)$ 米, 可得 $ab=200, a-b=8$, 进而可得 $a^2+b^2=464$, 再利用圆的面积公式计算求解即可.

7. 【解】(1) 该零件模型的面积为 $(2x+y)(x+3y)-2(x+y)(y-x)=2x^2+6xy+xy+3y^2-2y^2+2x^2=4x^2+7xy+y^2$.

(2) 当 $x=2, y=3$ 时, 该零件模型的面积为 $4\times 2^2+7\times 2\times 3+3^2=4\times 4+7\times 2\times 3+9=16+42+9=67$.

3.6 同底数幂的除法

课时 1 同底数幂的除法法则



刷基础

1. **D** 【解析】 $(x^3)^3\div x^5=x^9\div x^5=x^4$, 故选 D.

2. **D** 【解析】根据题意可得原式 $=\frac{4^m}{2^m}=4^m\div 2^m=2^{2m}\div 2^m=2^{2m-m}=2^m$, 故选 D.

3. **B** 【解析】因为 $(1.8-0.8)\times 2^{20}=2^{20}$ (KB), $32\times 2^{11}=2^5\times 2^{11}=2^{16}$ (KB), 所以 $(2^{20}-2^{16})\div 2^{15}=2^5-2=30$ (首), 故选 B.

4. **B** 【解析】因为 $25^a\cdot 5^{2b}=5^6, 4^b\div 4^c=4$, 所以 $5^{2a+2b}=5^6, 4^{b-c}=4$, 所以 $2a+2b=6, b-c=1$, 即 $a+b=3, b-1=c$, 所以 $a^2+ab+3c=a(a+b)+3(b-1)=3a+3b-3=3(a+b)-3=3\times 3-3=9-3=6$. 故选 B.

5. **16** 【解析】由 $3^m=21, 3^n=\frac{7}{27}$ 得 $3^m\div 3^n=3^{m-n}=21\div \frac{7}{27}=81=3^4$, 所以 $m-n=4$, 所以 $2^m\div 2^n=2^{m-n}=2^4=16$.

6. **2** 【解析】 $4^{m+3}\times 8^{m+1}\div 2^{4m+7}=(2^2)^{m+3}\cdot (2^3)^{m+1}\div 2^{4m+7}=2^{2m+6}\times 2^{3m+3}\div 2^{4m+7}=2^{2m+6+3m+3-4m-7}=2^{m+2}$. 因为 $16=2^4, 4^{m+3}\times 8^{m+1}\div 2^{4m+7}=16$, 所以 $2^{m+2}=2^4$, 所以 $m+2=4$, 所以 $m=2$. 故答案为 2.

7. 【解】(1) $(xy)^5\div (-xy)=- (xy)^5\div xy=- (xy)^4=-x^4y^4$.

(2) $(x^3)^2\cdot (x^4)^3\div (x^2)^4=x^6\cdot x^{12}\div x^8=x^{18}\div x^8=x^{10}$.

(3) $(x^4)^3\div (x^3)^2\cdot (x^2)^4=x^{12}\div x^6\cdot x^8=x^6\cdot x^8=x^{14}$.

(4) $(a^{x-1})^2\cdot a^{x+1}\div a^{2x-1}=a^{2x-2}\cdot a^{x+1}\div a^{2x-1}=a^{3x-1}\div a^{2x-1}=a^x$.

8. 【解】(1) 原式 = $\left(-\frac{1}{8}\right)^{2\ 024} \div \left(-\frac{1}{8}\right)^{2\ 023} = \left(-\frac{1}{8}\right)^{2\ 024-2\ 023} = -\frac{1}{8}$.

(2) 原式 = $(b-a)^{10} \div (b-a)^3 \div (b-a)^3 = (b-a)^{10-3-3} = (b-a)^4$.

9. A 【解析】因为 $2^{x-4} = m$, 所以 $\frac{2^x}{2^4} = m$, 所以 $2^x = 16m$, 故选 A.

10. C 【解析】因为 $2^{x^2+y^2} = m$, $2^{xy} = n$, 所以 $2^{(x-y)^2} = 2^{x^2+y^2-2xy} = 2^{x^2+y^2} \div 2^{2xy} = 2^{x^2+y^2} \div (2^{xy})^2 = m \div n^2 = \frac{m}{n^2}$, 故选 C.

11. 2 【解析】因为 $2\ 024^m = 4$, $2\ 024^n = 8$, 所以 $2\ 024^{2m-n} = 2\ 024^{2m} \div 2\ 024^n = (2\ 024^m)^2 \div 2\ 024^n = 4^2 \div 8 = 16 \div 8 = 2$. 故答案为 2.

12. $\frac{25}{72}$ 【解析】因为 $3^a = 5$, $3^b = 2$, 所以 $3^{2a-3b-2} = 3^{2a} \div 3^{3b} \div 3^2 = (3^a)^2 \div (3^b)^3 \div 9 = 5^2 \div 2^3 \div 9 = \frac{25}{72}$. 故答案为 $\frac{25}{72}$.

13. 2 【解析】因为 $4^m = 18$, $8^n = 9$, 所以 $2^{2m} = 18$, $2^{3n} = 9$, 所以 $2^{2m-3n} = 2^{2m} \div 2^{3n} = 18 \div 9 = 2$. 故答案为 2.

14. 【解】(1) 因为 $7^m = 4$, 所以 $7^{3m} = (7^m)^3 = 4^3 = 64$.
(2) 因为 $7^m = 4$, $7^n = 5$, $7^p = 80$, 所以 $7^{m-2n+p} = 7^m \div 7^{2n} \times 7^p = 7^m \div (7^n)^2 \times 7^p = 4 \div 5^2 \times 80 = \frac{64}{5}$.
(3) 因为 $7^m = 4$, $7^n = 5$, $7^p = 80$, $80 = 16 \times 5 = 4^2 \times 5$, 所以 $7^p = 7^{2m+n}$, 所以 $p = 2m+n$. 故答案为 $p = 2m+n$.

课时 2 零指数幂和负整数指数幂

刷基础

1. D 【解析】 $|-5| + 2^0 = 5 + 1 = 6$. 故选 D.
2. 1 【解析】 $(\pi - 3.14)^0 = 1$, 故答案为 1.
3. $c > a > b$ 【解析】因为 $a = (-2\ 023)^0 = 1$, $b = -\frac{1}{10}$, $c = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$, 且 $\frac{25}{9} > 1 > -\frac{1}{10}$, 所以 $c > a > b$. 故答案为 $c > a > b$.
4. $a \neq 2$ 且 $a \neq 4$ 【解析】因为 $(|a-3|-1)^0$ 有意义, 所以 $|a-3|-1 \neq 0$, 解得 $a \neq 2$ 且 $a \neq 4$. 故

归纳总结

科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 当原数绝对值大于等于 10 时, n 是正数, 当原数绝对值小于 1 时, n 是负数.

易错警示

$x^a = 1$, 该形式成立有三种情况: ① $x \neq 0$, 且 $a = 0$; ② $x = 1$; ③ $x = -1$, 且 a 为偶数. 注意分情况讨论, 不要漏解.

答案为 $a \neq 2$ 且 $a \neq 4$.

5. C 【解析】A 选项, $2x+3y$ 中的 $2x$ 和 $3y$ 不是同类项, 无法合并, 故 A 选项计算错误, 不符合题意; B 选项, $m \cdot m \cdot m = m^3$, 故 B 选项计算错误, 不符合题意; C 选项, $a^{10} \div a^4 = a^{10-4} = a^6$, 故 C 选项计算正确, 符合题意; D 选项, $2x^{-2} = 2 \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x^2}$, 故 D 选项计算错误, 不符合题意. 故选 C.

6. A 【解析】 $(a^{-1})^2 = a^{-2}$. A 选项, $\left(\frac{a^3}{a}\right)^{-1} = (a^2)^{-1} = a^{-2}$, 故本选项符合题意; B 选项, $a^2 \cdot a^{-1} = a^{2-1} = a \neq a^{-2}$, 故本选项不符合题意; C 选项, $a^{-2} \div a^4 = a^{-2-4} = a^{-6} \neq a^{-2}$, 故本选项不符合题意; D 选项, $a^4 \cdot (-a)^{-2} = a^4 \cdot a^{-2} = a^{4-2} = a^2 \neq a^{-2}$, 故本选项不符合题意. 故选 A.

7. D 【解析】 $a = -3^2 = -9$, $b = -3^{-2} = -\frac{1}{9}$, $c = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$, $d = \left(-\frac{2}{3}\right)^0 = 1$. 因为 $-9 < -\frac{1}{9} < 1 < 9$, 所以 $a < b < d < c$. 故选 D.

8. -1 【解析】 $(-3)^2 + (\pi - 3.14)^0 \times (-1)^{2\ 023} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9 + 1 \times (-1) - \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 9 - 1 - 9 = -1$.

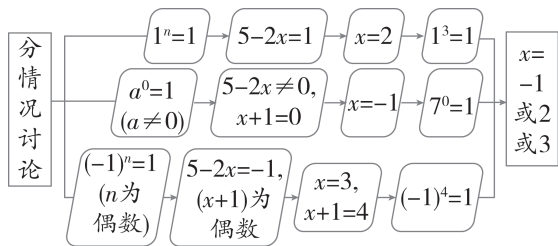
故答案为 -1.

9. B 【解析】 $0.000\ 012 = 1.2 \times 10^{-5}$, 故选 B.
10. B 【解析】数 $0.000\ 1$ 用科学记数法表示为 1×10^{-n} , 当 n 增大 1 时, 相当于原数除以 10. 故选 B.
11. C 【解析】因为 $a = 4.6 \times 10^{-5}$, $b = 8.6 \times 10^{-5}$, 指数均为 -5, $c = 5.9 \times 10^{-6}$, 指数为 -6, $-5 > -6$, 所以 a 和 b 均大于 c . 又因为 $8.6 > 4.6$, 所以 $b > a$, 所以 $c < a < b$, 故选 C.

12. 【解】(1) $0.000\ 000\ 567 = 5.67 \times 10^{-7}$.
(2) $-0.000\ 020\ 23 = -2.023 \times 10^{-5}$.
(3) $(3 \times 10^{-5})^2 \times (3 \times 10^{-9})^2 = 9 \times 10^{-10} \times 9 \times 10^{-18} = 81 \times 10^{-28} = 8.1 \times 10 \times 10^{-28} = 8.1 \times 10^{-27}$.
13. 【解】(1) $0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 03 = 3 \times 10^{-26}$.
(2) 因为 $6\text{ g} = 0.006\text{ kg}$, 所以 6 g 水中大约有水分子 $0.006 \div (3 \times 10^{-26}) = 2 \times 10^{23}$ (个).

刷易错

14. -1 或 2 或 3 【解析】



刷提升

1. A 【解析】因为 $3^a=2, 3^b=6, 3^c=18$, 所以 $3^c \div 3^b = 3^{c-b} = 18 \div 6 = 3$, 所以 $c-b=1$, 则 $b-c=-1$. 因为 $3^{b^2-ac} = 3^{b^2} \div 3^{ac} = (3^b)^b \div (3^a)^c = 6^b \div 2^c = (2 \times 3)^b \div 2^c = 2^b \times 3^b \div 2^c = 2^{b-c} \times 6 = 2^{-1} \times 6 = 3$, 所以 $3^{b^2-ac} = 3^1$, 所以 $b^2-ac=1$. 故选 A.

2. A 【解析】由题意可得, $OM=8$, 质点 P 从 M 点处向原点方向跳动, 第一次跳动到 OM 的中点 M_1 处, 此时质点到原点 O 的距离为 $8 \times \frac{1}{2} = 2^{3-1}$, 第二次从 M_1 跳到 OM_1 的中点 M_2 处, 此时质点到原点 O 的距离为 $8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^{3-2}$, 第三次从点 M_2 跳到 OM_2 的中点 M_3 处, 此时质点到原点 O 的距离为 $8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2^{3-3}, \dots$, 所以第 n 次从点 M_{n-1} 跳到 OM_{n-1} 的中点 M_n 处, 此时质点到原点 O 的距离为 $8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = 2^{3-n}$, 所以第 2 021 次跳动后, 该质点到原点 O 的距离为 $2^{3-2021} = 2^{-2018}$, 故选 A.

3. B 【解析】因为 $2^{10} = 1\,024, 1\,024 \approx 10^3$, 所以 $2^{30} = (2^{10})^3 \approx (10^3)^3 = 10^9$, 所以 $2^{-30} = \frac{1}{2^{30}} \approx \frac{1}{10^9} = 10^{-9}$. 故选 B.

4. 1 【解析】因为 $ab=20$, 所以 $(ab)^n = 20^n$, 即 $a^n b^n = 20^n$. 因为 $b^n = 20$, 所以 $a^n \times 20 = 20^n$, 所以 $a^n = 20^{n-1}$. 又因为 $a^m = 20$, 所以 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n = 20 \times 20^{n-1} = 20^n, a^{mn} = (a^m)^n = 20^n$, 所以 $a^{m+n} = a^{mn}$, 所以 $m+n=mn$, 所以 $\frac{m+n}{mn} = 1$, 故答案为 1.

5. $\frac{3}{2}$ 【解析】因为 $|m-2| + (n-2\,024)^2 = 0$, 所以 $m-2=0, n-2\,024=0$, 解得 $m=2, n=2\,024$, 所以 $m^{-1} + n^0 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$, 故答案为 $\frac{3}{2}$.

思路分析

先将 $9^a \div 27^b$ 变形, 再由已知条件得出两个 a, b, c 之间的关系式, 然后联立得方程组, 求得 $2a-3b$ 的值, 最后代入将 $9^a \div 27^b$ 变形所得的式子即可得出答案.

关键点拨

将负整数指数幂转化为正整数指数幂进行运算, 然后比较大小, 最后找出规律是求解本题的关键.

6. 3 或 1 或 -1 【解析】因为 $a+1 > a-2$, 所以 $(a-2) \cdot (a+1) = (a-2)^{-(a+1)} = 1$, 即 $(a-2)^{-a-1} = 1$, 所以① $a-2=1$, 解得 $a=3$; ② $a-2=-1$, 且 $-a-1$ 为偶数, 解得 $a=1$, 此时 $-a-1=-2$, 为偶数; ③ $-a-1=0$, 且 $a-2 \neq 0$, 解得 $a=-1$. 故答案为 3 或 1 或 -1.

7. 9 【解析】 $9^a \div 27^b = (3^2)^a \div (3^3)^b = 3^{2a-3b}$. 因为 $k^a=4, k^b=6, k^c=9$, 所以 $k^a \cdot k^c = k^b \cdot k^b$, 所以 $k^{a+c} = k^{2b}$, 所以 $a+c=2b$. ① 因为 $2^{b+c} \cdot 3^{b+c} = 6^{a-2}$, 所以 $(2 \times 3)^{b+c} = 6^{a-2}$, 所以 $6^{b+c} = 6^{a-2}$, 所以 $b+c=a-2$. ②

联立①②得 $\begin{cases} a+c=2b, \\ b+c=a-2, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} c=2b-a, \\ c=a-2-b, \end{cases}$ 所以 $2b-a=a-2-b$, 所以 $2a-3b=2$, 所以 $9^a \div 27^b = 3^{2a-3b} = 3^2 = 9$. 故答案为 9.

8. 【解】(1) ① 因为 $1^{-2} = \frac{1}{1^2} = 1, 2^{-1} = \frac{1}{2}$, 所以 $1^{-2} > 2^{-1}$. 故答案为 $>$.

② 因为 $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}, 3^{-2} = \frac{1}{9}$, 所以 $2^{-3} > 3^{-2}$. 故答案为 $>$.

③ 因为 $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}, 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$, 所以 $3^{-4} < 4^{-3}$. 故答案为 $<$.

④ 因为 $4^{-5} = \frac{1}{4^5} = \frac{1}{1\,024}, 5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625}$,

所以 $4^{-5} < 5^{-4}$. 故答案为 $<$.

(2) 由(1)猜测, n 为正整数时, 当 $n \leq 2$ 时, $n^{-(n+1)} > (n+1)^{-n}$; 当 $n > 2$ 时, $n^{-(n+1)} < (n+1)^{-n}$. 故答案为 $\leq 2, > 2$.

(3) 根据(2)得, 当 $n=2\,021$ 时, $2\,021^{-2\,022} < 2\,022^{-2\,021}$. 故答案为 $<$.

刷素养

9. 【解】(1) ① 因为 $3^4 = 81$, 所以 $\log_3 81 = 4$. 故答案为 4. ② 因为 $10^0 = 1$, 所以 $\log_{10} 1 = 0$. 故答案为 0. ③ 因为 $2^4 = 16$, 所以 $x=2$. 故答案为 2.

(2) 设 $\log_a M = m, \log_a N = n$, 则 $M = a^m, N = a^n$, 所以 $\frac{M}{N} = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, 所以由对数的定义得 $m-n = \log_a \frac{M}{N}$. 又因为 $m-n = \log_a M - \log_a N$, 所以

$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$.

(3) $\log_3 2 + \log_3 6 - \log_3 4 = \log_3 (2 \times 6 \div 4) = \log_3 3 = 1$, 故答案为 1.

3.7 整式的除法



刷基础

1. A 【解析】

A $2x^4 \div x^3 = 2x$, 故 A 选项符合题意

B $(x^3)^4 = x^{12}$, 故 B 选项不合题意

C x^4 与 x^3 无法合并, 故 C 选项不合题意

D $x^3 \cdot x^4 = x^7$, 故 D 选项不合题意

2. A 【解析】因为 $28a^2b^m \div (4a^nb^2) = 7a^{2-n}b^{m-2} = 7b^2$, 所以 $2-n=0, m-2=2$, 解得 $m=4, n=2$. 故选 A.

3. $\frac{81}{4}xy$ 【解析】因为 $81x^3y \div (4x^2) = \frac{81}{4}xy$, 所以 $4x^2 \cdot \frac{81}{4}xy = 81x^3y$. 故答案为 $\frac{81}{4}xy$.

4. 500 【解析】 $1.5 \times 10^8 \div (3 \times 10^5) = 0.5 \times 10^3 = 500(s)$, 故答案为 500.

5. C 【解析】原式 $= 15x^2y \div (5xy) - 10xy^2 \div (5xy) = 3x - 2y$, 故选 C.

6. 【解】(1) 原式 $= 6x^3y^4 \div (2xy^3) - 4x^2y^3 \div (2xy^3) + 2xy^3 \div (2xy^3) = 3x^2y - 2x + 1$.

(2) 原式 $= 8x^6y^3 \cdot (-xy) \div (9x^6y^4) = -8x^7y^4 \div (9x^6y^4) = -\frac{8}{9}x$.

7. 【解】(1) 因为 $(3x^2y - xy^2 + \frac{1}{2}xy) \div (\frac{1}{2}xy) = 6x - 2y + 1$, 所以所捂的多项式为 $6x - 2y + 1$.

(2) 当 $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{2}$ 时, $6x - 2y + 1 = 6 \times \frac{2}{3} - 2 \times \frac{1}{2} + 1 = 4 - 1 + 1 = 4$.

刷素养

8. 【解】(1) $(x+2)(2x+1) = 2x^2 + x + 4x + 2 = 2x^2 + 5x + 2$, 则 $(2x^2 + 5x + 2) \div (2x + 1) = x + 2$, 故答案为 $2x^2 + 5x + 2, x + 2$.

(2) ①如图(1)所示:

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+1 \overline{) x^2+2x+1} \\ \underline{x^2+x} \\ x+1 \\ \underline{x+1} \\ 0 \end{array}$$

图(1)

思路分析

根据单项式除以单项式的法则进行计算后, 再根据相同字母的次数相同列出关于 m, n 的方程, 解方程即可求出 m, n 的值.

关键点拨

此题考查了整式的除法, 以及代数式求值, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

所以 $(x^2 + 2x + 1) \div (x + 1) = x + 1$. 故答案为 $x + 1$.

②如图(2)所示:

$$\begin{array}{r} 2x+1 \\ x+1 \overline{) 2x^2+3x+1} \\ \underline{2x^2+2x} \\ x+1 \\ \underline{x+1} \\ 0 \end{array}$$

图(2)

所以 $(2x^2 + 3x + 1) \div (x + 1) = 2x + 1$, 故答案为 $2x + 1$.

(3) 因为 $(2x^3 + 8x^2 + 3x - m) \div (2x + 7)$ 的商为整式, 所以如图(3)所示:

$$\begin{array}{r} x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{4} \\ 2x+7 \overline{) 2x^3+8x^2+3x-m} \\ \underline{2x^3+7x^2} \\ x^2+3x \\ \underline{x^2+\frac{7}{2}x} \\ -\frac{1}{2}x-m \\ \underline{-\frac{1}{2}x-\frac{7}{4}} \\ 0 \end{array}$$

图(3)

所以 $m = \frac{7}{4}$, 故 m 的值为 $\frac{7}{4}$, 商式为 $x^2 +$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}.$$

全章综合训练



刷中考

1. B 【解析】根据“同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加”, 可知 $a^3 \cdot a^4 = a^{3+4} = a^7$. 故选 B.

2. D 【解析】根据积的乘方法则以及幂的乘方法则可得, $(2a^2)^3 = 2^3(a^2)^3 = 8a^6$, 故选 D.

3. A 【解析】由题意得 $8 \times 2^a = (2^b)^8$, 所以 $2^3 \times 2^a = 2^{8b}$, 所以 $2^{3+a} = 2^{8b}$, 所以 $3+a=8b$. 故选 A.

4. D 【解析】 $2a^2 \cdot ab = 2a^{2+1}b = 2a^3b$. 故选 D.

5. D 【解析】 $2a(a-1) - 2a^2 = 2a^2 - 2a - 2a^2 = -2a$, 故选 D.

6. 【解】原式 $= 5x - x^2 + x^2 + 3 = 5x + 3$.

当 $x = 2$ 时, 原式 $= 13$.

7. 【解】 $(x+1)^2 - x(x+1) = x^2 + 2x + 1 - x^2 - x = x + 1$.

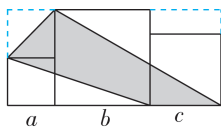
当 $x = \sqrt{3} - 1$ 时, 原式 $= \sqrt{3} - 1 + 1 = \sqrt{3}$.

8. 【解】 $[(2a+b)^2 - (2a+b)(2a-b)] \div 2b = [(4a^2 + 4ab + b^2) - (4a^2 - b^2)] \div 2b = (4a^2 + 4ab + b^2 - 4a^2 + b^2) \div 2b = (4ab + 2b^2) \div 2b = 2a + b$. 当

- $a=2, b=-1$ 时, 原式 $= 2 \times 2 + (-1) = 3$.
9. **A** 【解析】A 选项, $x^2 \div x^{-3} = x^{2-(-3)} = x^{2+3} = x^5$, 故运算正确, 符合题意; B 选项, $2x^2$ 与 $3x^3$ 不是同类项, 不能合并, 不符合题意; C 选项, $(xy^3)^2 = x^2 \cdot (y^3)^2 = x^2 y^6 \neq x^2 y^5$, 运算错误, 不符合题意; D 选项, $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \neq x^2 - y^2$, 运算错误, 不符合题意. 故选 A.
10. **A** 【解析】因为 1 皮秒 $= 10^{-12}$ 秒, 所以 400 皮秒 $= 400 \times 10^{-12}$ 秒 $= 4 \times 10^{-10}$ 秒. 故选 A.
11. **0** 【解析】 $(-1)^{2025} + \left(-\frac{1}{2025}\right)^0 = -1 + 1 = 0$, 故答案为 0.
12. **-1 或 3 或 1** 【解析】由题意得① $x+1=0$, 且 $x-2 \neq 0$, 解得 $x=-1$; ② $x-2=1$, 解得 $x=3$; ③ $x-2=-1$, 且 $x+1$ 为偶数, 解得 $x=1$, 此时 $x+1=2$, 为偶数. 故答案为 -1 或 3 或 1.
13. 【解】原式 $= 2\sqrt{2} - 1 + 5 - 3 - 1 = 2\sqrt{2}$.

刷章测

1. **A** 【解析】 $3 \cdot (-2a^2) = -6a^2$. 故选 A.
2. **B** 【解析】 $(x+p)(x+q) = x^2 + (p+q)x + pq$. 因为乘积中不含 x 的一次项, 所以 $p+q=0$, 即 p 与 q 互为相反数. 故选 B.
3. **B** 【解析】 $0.000\ 043 = 4.3 \times 10^{-5}$. 故选 B.
4. **B** 【解析】 $a = 2^{113} - 2^{112} - 2^{111} = 2^{111} \times (2^2 - 2 - 1) = 2^{111} = (2^3)^{37} = 8^{37}$, $b = 27^{34} \div 9^{14} = (3^3)^{34} \div (3^2)^{14} = 3^{102} \div 3^{28} = 3^{74} = (3^2)^{37} = 9^{37}$. 因为 $8 < 9$, 所以 $8^{37} < 9^{37}$, 即 $a < b$, 故选 B.
5. **B** 【解析】 $(a^{m+1} b^{n+2}) \cdot (a^{2n-1} b^{2m}) = a^{m+2n} \cdot b^{n+2m+2}$. 因为 $(a^{m+1} b^{n+2}) \cdot (a^{2n-1} b^{2m}) = a^5 b^3$, 所以 $\begin{cases} m+2n=5, \\ n+2m+2=3, \end{cases}$ 两式相加, 得 $3m+3n=6$, 解得 $m+n=2$. 故选 B.
6. **A** 【解析】如图, 将图形补充为一个长方形, 则 $S = (a+b+c)b - \frac{1}{2}a(a+b) - \frac{1}{2}b(b+c) - \frac{1}{2}a(b-a) = ab + b^2 + bc - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}bc - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}bc$, 所以 S 的值与 a 的取值无关. 故选 A.



关键点拨

将原式乘 $2 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)$ 后即可连续运用平方差公式计算.

思路分析

本题考查了整式的混合运算, 割补法求阴影部分的面积, 三角形的面积公式等. 先将图形补充为一个大长方形, 再根据阴影部分的面积 = 大长方形的面积 - 空白部分的三个三角形的面积进行计算即可.

7. **B** 【解析】当 $n=3$ 时, $x+y=3$. 又因为 $x-y=2$, 所以 $x=\frac{5}{2}, y=\frac{1}{2}$, 所以 $q=x^2-y^2=\frac{25}{4}-\frac{1}{4}=6$, 因此①正确. 当 $p=\frac{29}{2}$ 时, $x^2+y^2=\frac{29}{2}$. 因为 $x-y=2$, 所以 $x^2-2xy+y^2=4$, 所以 $\frac{29}{2}-2xy=4$, 所以 $m=xy=\frac{21}{4}$, 因此②正确. 故选 B.
8. **A** 【解析】因为整数 x, y, z 满足 $\left(\frac{15}{8}\right)^x \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^y \cdot \left(\frac{27}{10}\right)^z = 16$, 所以 $\left(\frac{3 \times 5}{2^3}\right)^x \cdot \left(\frac{2^4}{3^2}\right)^y \cdot \left(\frac{3^3}{2 \times 5}\right)^z = 2^4$, 所以 $\frac{3^x \times 5^x}{2^{3x}} \cdot \frac{2^{4y}}{3^{2y}} \cdot \frac{3^{3z}}{2^z \times 5^z} = 2^4$, 所以 $\begin{cases} x-z=0, \\ x-2y+3z=0, \\ 4y-3x-z=4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \\ z=1, \end{cases}$ 所以 $x-y-z=1-2-1=-2$. 故选 A.
9. **D** 【解析】原式 $= 2 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^8}\right) \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^{16}}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 - \frac{1}{2^{15}} + \frac{1}{2^{15}} = 2$, 故选 D.
10. **B** 【解析】① 因为 x, y 为整数时, $2x+6y=2(x+3y)$ 是偶数, 而 199 是奇数, 所以不存在整数解使 $2x+6y=199$, 故①错误. ② 由 $2(a^4+b^4) = (a^2+b^2)^2$ 得 $2a^4+2b^4=a^4+2a^2b^2+b^4$, 所以 $a^4+b^4-2a^2b^2=0$, 即 $(a^2-b^2)^2=0$, 所以 $a^2-b^2=0$, 所以 $a^2=b^2$. 因为 $a \neq b$, 所以 $a=-b$, 即 a, b 互为相反数, 故②正确. ③ 若 $(a-c)^2-4(a-b)(b-c)=0$, 则 $a^2-2ac+c^2-4ab+4ac+4b^2-4bc=0$, 即 $a^2+2ac+c^2-4b(a+c)+4b^2=0$, 所以 $(a+c)^2-4b(a+c)+4b^2=0$, 所以 $(a+c-2b)^2=0$, 所以 $a+c-2b=0$, 所以 $2b=a+c$, 故③正确. 综上所述, 三种说法中正

- 确有②③,故选 B.
11. $2y^3$ 【解析】 $4x^2y^4 \div (2x^2y) = 2y^3$, 故答案为 $2y^3$.
12. $x^2 + 12x$ 【解析】根据题意, 面积增加 $(6+x)^2 - 6^2 = x^2 + 12x + 36 - 36 = x^2 + 12x$, 故答案为 $x^2 + 12x$.
13. 3 【解析】因为 $2^{x+4} - 2 \times 2^x = 112$, 所以 $2^{x+1} \times (2^3 - 1) = 112$, 所以 $2^{x+1} = 16 = 2^4$, 所以 $x+1 = 4$, 解得 $x = 3$. 故答案为 3.
14. $2a+2b$ 【解析】设长方形彩纸的另一边长为 x . 由题意得 $2bx = (a+2b)^2 - a^2$, $2bx = a^2 + 4ab + 4b^2 - a^2$, $2bx = 4ab + 4b^2$, 解得 $x = 2a + 2b$, 故答案为 $2a+2b$.
15. $4x-2$ (答案不唯一) 【解析】由题可得 $A \cdot B + M = (1+2x)(1-2x) + M = -4x^2 + M + 1$. 因为 $A \cdot B + M$ 是关于 x 的一个完全平方式, 则 M 可以为 $4x-2$, 原式 $= -4x^2 + 4x - 2 + 1 = -(4x^2 - 4x + 1) = -(2x-1)^2$, 所以整式 M 可以是 $4x-2$ (答案不唯一).
16. 23 【解析】设 $EK = x$, $EA = y$. 因为三个正方形 $ABCD, EFGH, LIJK$ 的边长分别为 4, 3, 2, 所以 $ED = y - 4$, $EH = 3$, $HL = EK - EH - LK = x - 3 - 2 = x - 5$, 所以 $S_1 = 3(y-4) = 3y - 12$, $S_2 = [4 - 3 - (x-5)][4 - (y-2)] = 36 - 6y - 6x + xy$, $S_3 = (x-4)(y-2) = xy - 2x - 4y + 8$. 因为 $3S_3 + 2S_1 - S_2 = 10$, 所以 $3(xy - 2x - 4y + 8) + 2(3y - 12) - (36 - 6y - 6x + xy) = 10$, 化简整理得 $2xy - 36 = 10$, 所以 $xy = 23$, 即大长方形的面积为 23. 故答案为 23.
17. 【解】(1) $-3^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - (\pi - 2)^0 = -9 + 9 - 1 = -1$.
(2) $(-2x^2)^2 + x^3 \cdot x - x^5 \div x = 4x^4 + x^4 - x^4 = 4x^4$.

思路分析

①给代数式变形可知代数式的值是偶数, 而不是奇数; ②利用完全平方公式整理得到两个数的平方相等, 根据题意知两数不相等, 所以两数互为相反数; ③利用完全平方公式和多项式与多项式的乘法法则, 整理即可得到结论.

关键点拨

熟练掌握的运算性质和科学记数法是解本题的关键.

18. 【解】(1) 原式 $= a^{6m} + b^{6m} - a^{6m} \cdot b^{4m}$. 因为 $a^{3m} = 3$, $b^{2m} = 4$, 所以 $a^{6m} = 9$, $b^{6m} = 64$, $b^{4m} = 16$, 所以原式 $= 9 + 64 - 9 \times 16 = -71$.
(2) 原式 $= 4x^2 - 12x + 9 - (x^2 - y^2) - y^2 = 4x^2 - 12x + 9 - x^2 + y^2 - y^2 = 3x^2 - 12x + 9$. 因为 $x^2 - 4x - 5 = 0$, 所以 $x^2 - 4x = 5$, 所以 $3x^2 - 12x = 15$, 所以原式 $= 15 + 9 = 24$.
19. 【解】(1) 因为 10 亿 $= 1\,000\,000\,000 = 10^9$, 所以 10 亿元面值为 100 元的人民币的总张数为 $10^9 \div 100 = 10^7$ (张), $10^7 \div 100 \times 0.9 = 9 \times 10^4$ (厘米).
答: 大约高 9×10^4 厘米.
(2) $10^7 \div (5 \times 8 \times 10^4) = (1 \div 40) \times (10^7 \div 10^4) = 0.025 \times 10^3 = 25$ (天).
答: 点钞机大约要点 25 天.
20. 【解】(1) 因为 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $a+b=4$, $a^2 + b^2 = 10$, 所以 $ab = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} = \frac{4^2 - 10}{2} = 3$.
(2) 因为 $m - \frac{1}{m} = 3$, 所以 $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = 9$,
所以 $\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 4 = 13$,
所以 $m + \frac{1}{m} = \pm\sqrt{13}$.
(3) 根据题意得, 正方形 $EBKF$ 的边长可以表示为 $6-a$ 或 $8-b$, 所以 $6-a = 8-b$, 即 $b-a = 2$, 长方形 $PFQD$ 的面积为 ab .
因为 $a^2 + b^2 = 18$, $b-a = 2$,
所以 $ab = \frac{(a^2 + b^2) - (b-a)^2}{2} = \frac{18-4}{2} = 7$,
所以长方形 $PFQD$ 的面积为 7 cm^2 .

第 4 章 因式分解

4.1 因式分解的意义



刷基础

1. A 【解析】A 选项, $4y^2 - 12y + 9 = (2y-3)^2$, 把一个多项式化为几个整式的积的形式, 是因式分解, 故此选项符合题意; B 选项, $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$, 是整式的乘法, 不是因式分解, 故此选项不符合题意; C 选项, $x^2 - x - 6 = x(x-1) - 6$, 没有把一个多项式化为几个整式的积的形式, 不是因式分解, 故此选项不符合

归纳总结

一般地, 把一个多项式化成几个整式的积的形式, 叫作因式分解, 有时我们也把这一过程叫作因式.

- 题意; D 选项, $3x+1 = x\left(3+\frac{1}{x}\right)$, 等号右边的多项式不是整式, 不是因式分解, 故此选项不符合题意. 故选 A.
2. 【解】(1) $24x^2y = 4x \cdot 6xy$ 的左边不是多项式, 故不是因式分解.
(2) $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$ 是整式的乘法, 不是因式分解.
(3) $\frac{1}{3}ax + \frac{1}{3}bx = \frac{1}{3}x(a+b)$ 是因式分解.